

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 7D63432

1. Для каждого комплексного числа a найдите геометрическое место точек z комплексной плоскости таких, что $|z - \mathbf{i}| + |z + \mathbf{i}| = a$.
2. Докажите, что если любые k столбцов матрицы A линейно независимы, то в любом нетривиальном решении однородной системы $Ax = 0$ число ненулевых координат вектора x больше k .
3. Докажите, что все группы, порядок которых равен одному и тому же простому числу, изоморфны.
4. Какое максимальное число нулей при $0 \leq x < 2\pi$ может иметь функция

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos(kx), \quad a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}?$$